



**NUR WAS DU PROGRAMMIEREN KANNST,  
DAS HAST DU VERSTANDEN!**

**KLAUS-TYCHO FÖRSTER**



**AALBORG UNIVERSITY**  
DENMARK

## *„Gesellschaft 5.0“*



***„Programmieren als eine Grundfähigkeit  
neben Lesen, Schreiben, Rechnen“***

Rede von Bundeskanzlerin Merkel zur Eröffnung der CeBIT 2017 am 19. März 2017



AALBORG UNIVERSITY  
DENMARK

# Algorithmen, Programmierung, Geometrie

- *„Konstruktionsbeschreibungen im Geometrieunterricht haben als Endform den Algorithmus, der dann in Computersprachen übersetzt werden kann“*  
(Schmidt-Thieme 2009)
- *„Soll im Mathematikunterricht programmiert werden? Die kurze Antwort, ein uneingeschränktes ‚ja!‘, sei vorweg gestellt.“*  
(Kortenkamp 2005)



# Algorithmen – eine fundamentale mathematische Idee

- *”Ein **Algorithmus** ist eine endliche Folge von eindeutig bestimmten Elementaranweisungen, die den Lösungsweg eines Problems exakt und vollständig beschreiben.“*  
(Ziegenbalg 2015)
- *”Algorithmen sind eindeutige und endliche Handlungsvorschriften. Diese Definition zeigt, dass es auch jenseits von Mathematik und Informatik Algorithmen gibt.“*  
(Oldenburg 2011)
- Algorithmen sind „*fächerübergreifend und alltagsrelevant*“  
(Schmidt-Thieme 2005)



# Algorithmen – und Programmierung

- Hilfreich für die Überprüfung der Korrektheit von Algorithmen und ihrer formalen Präzisierung
- Förderlich zur Kritikfähigkeit am (richtigen?) Ergebnis
  - *„Das Wechselspiel zwischen dem Erstellen eines Programms und dem Interpretieren der vom Computer gelieferten Ergebnisse“*  
(Weigand 1989)
- Wichtig für die Überprüfung und Bewertung komplexerer Modellierungen



# Alte Forderungen – Vorstand & Beirat der GDM 1981

- Propädeutik der Algorithmisierung
  - *„Algorithmisieren von Verhaltensweisen des täglichen Lebens und des Mathematikunterrichts“*
- Anforderung an Mathematiklehrer der Sek 1:
  - *„Kenntnisse und Fähigkeiten in mindestens einer höheren Programmiersprache.“*
  - *„Der Lehrer sollte in der Lage sein, die Algorithmen seines Unterrichtsbereiches selbst zu programmieren und zu realisieren.“*
  - *„Fähigkeit, Schulmathematik unter algorithmischen Gesichtspunkten zu strukturieren.“*



# Alte Forderungen – Vorstand & Beirat der GDM 1981

- Geeignete Stoffgebiete für Computereinsatz u.a.
  - Numerische Verfahren
  - Simulationen, Strategiespiele
  - Modellbildung
  - Analytische Geometrie und Trigonometrie
  - Statistik, Zufallsexperimente, Parametervariation

## Programmieren – ebenso die MNU

- Gestaltung von Lehrplänen für den Computereinsatz im Unterricht (MNU 1985)
  - Algorithmischer Bereich: Analyse und Beschreibung von Problemlösungen und die Darstellung in einfachen Programmteilen



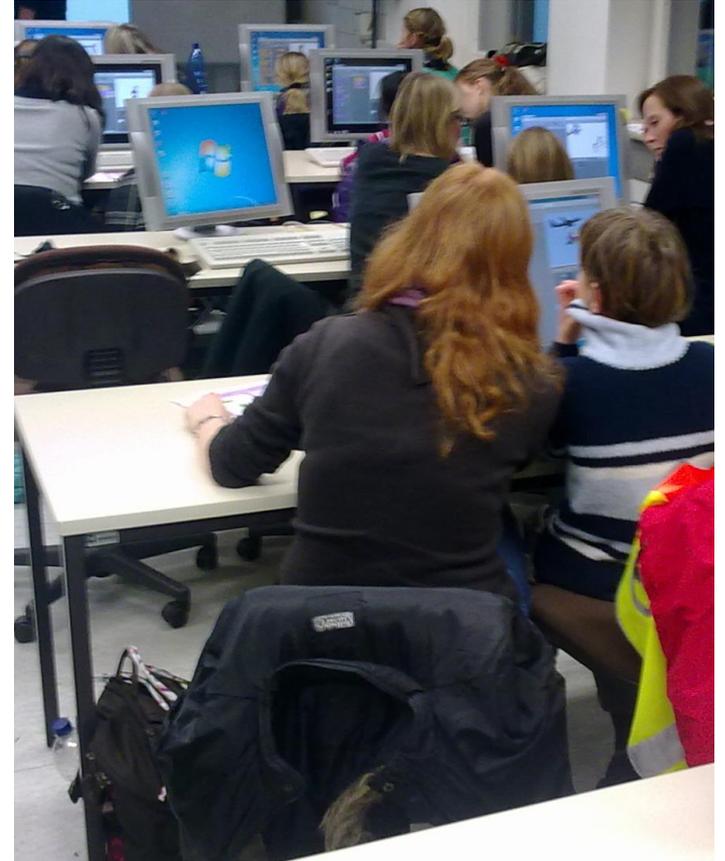
# Auszüge aus der Nds. MaVO

Vom 8.11.2007 (Nds.GVBl. Nr. 33/2007 S.488) - VORIS 20411

- Für alle Schulformen für alle Fächer:
  - *„setzen [Informations- und Kommunikationstechnologien] begründet ein, nutzen sie auch als Lehrinhalte und können Fachinhalte zielgruppenspezifisch aufbereiten“*
- Aus dem Bereich Mathematik:
- Alle Schulformen:
  - *„Darstellung der Grundideen von Berechenbarkeit und Komplexität von Algorithmen“*
- Zusätzlich für das Lehramt Realschule:
  - *„korrektes Formulieren grundlegender Algorithmen (z.B. Such-, Sortier- und elementare Graphalgorithmen) in Pseudo-Code“*



# Natürlich auch in Hildesheim



# Algorithmen: Eine fundamentale Idee der Mathematik

- Fundamentale Ideen gehen zurück auf Bruner 1960
  - als „*eine Antwort auf die Überflutung mit unverbundenem Detailwissen und auf das Problem der Stofffülle und Stoffisolation*“ (Tietze, Klika, Wolpers 2000)
- In jeder Klassen- und Altersstufe vermittelbar, aufsteigend und aufbauend im Rahmen eines Spiralcurriculums
  - „*geistige Gebilde, an deren Teilhabe in mehr oder weniger hohem Grade möglich ist*“ (Jung 1978)
- Oft werden folgende sechs Ideen genannt (TKW 2000):
  - Algorithmus, Approximation, Funktion, Messen, Modellbildung Optimieren

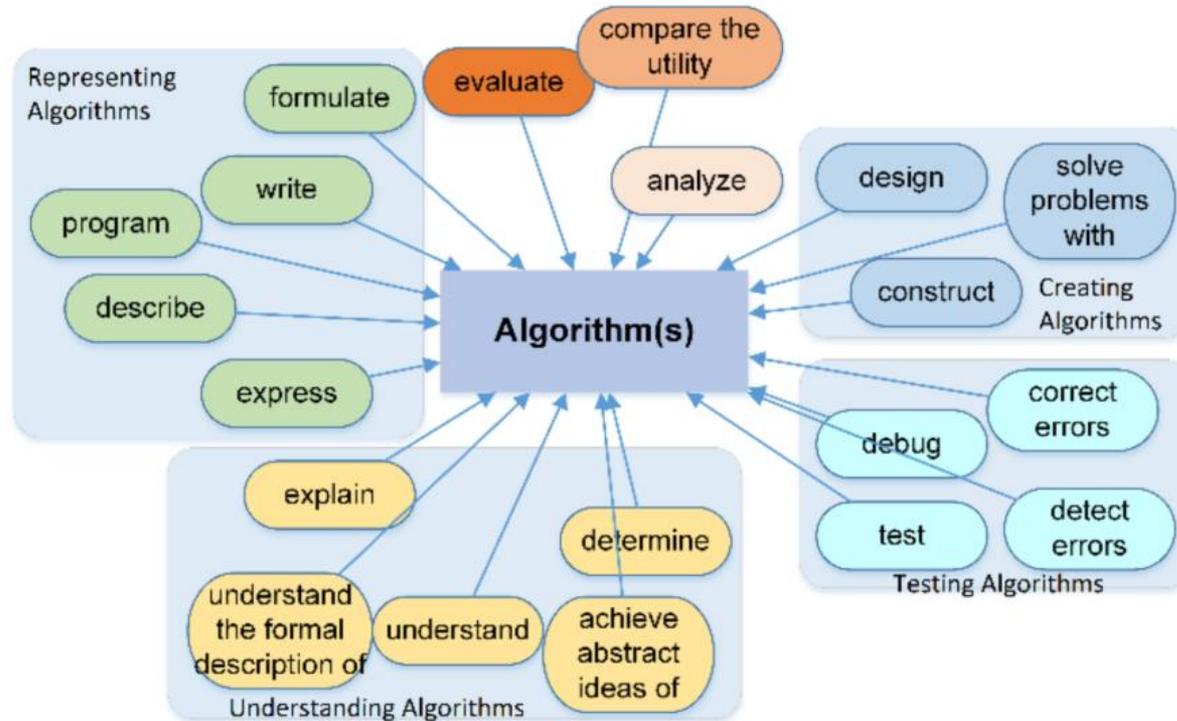


# Algorithmen: Eine fundamentale Idee der Mathematik

- Während über genaue Zusammensetzung Uneinigkeit besteht, führen dennoch fast alle Autoren die Idee des Algorithmus an  
(vergl. Ziegenbalg 2015)
- Nach Edwards 1987 war sogar *”alle Mathematik bis zum Auftreten der Zeitgenossen von Leopold Kronecker (1823–1891) algorithmischer Natur“*
- *”Der Begriff des Algorithmus sollte als Leitbegriff für die Schulmathematik dienen. Wir müssen den gesamten Schulstoff vom algorithmischen Standpunkt neu durchdenken.“*  
(Engel 1977)



# Algorithmen: Eine fundamentale Idee der Mathematik?



„Cognitive processes referring to algorithms“ Hubwieser et al. 2015



# Eine fundamentale Idee der Mathematik und Informatik

- *„Es sollten keine genuinen Informatik-Inhalte im Mathematikunterricht vermittelt werden.... Es gibt aber einige Themen (Algorithmik!) die mehr Mathematik als Informatik sind.“*  
(Ziegenbalg 2012)
- Schwerpunkte in der Informatik anders verteilt
- Jedoch: Schwill 1995 kritisiert, dass in der Schulmathematik der *„Algorithmusbegriff nicht präzisiert [wird]“*
- Nach Jung 1978 ist gerade die Präzisierung ein *„didaktisch wichtig scheinende[r] Gesichtspunkt“*
- Später mehr dazu



# Algorithmen: Nicht Ausführen, sondern Entwickeln!

- *„Wenn unser Unterricht heute darin besteht, dass wir Kindern Dinge eintrichtern, die in einem oder zwei Jahrzehnten besser von Rechenmaschinen erledigt werden, beschwören wir Katastrophen herauf.“*  
(Freudenthal 1973)
- Das Erstellen von Algorithmen ist eine *„interessante und geistreiche Tätigkeit“*, während die Ausführung eines Algorithmus üblicherweise eine *„zeitraubende, langweilige Arbeit [ist], die man einem Rechner überlässt“*  
(Engel 1977)
- *„Schüler sollen Algorithmen nicht abarbeiten (dazu gibt es Computer), sondern Algorithmen entwickeln, bewerten, hinterfragen“*  
(Oldenburg 2011)



# Algorithmen: Nicht Ausführen, sondern Entwickeln!

- Statt handwerklichem Kalkül wird *„das Entwickeln von Algorithmen ... zunehmend wichtiger werden.“*  
(Weigand und Weth 2002)
- Das mechanische Abarbeiten kann dem Computer überlassen werden
  - Oldenburg 2011 nennt als Beispiel das *„Abspulen [...] einer sinnentleerten Kurvendiskussion“*
- Für Algorithmenentwicklung brauchen wir die Präzisierung!



# Fachsprache versus Umgangssprache

- Kortenkamp verweist auf Freudenthal, welcher *„Schlampigkeiten der mathematischen Sprache [analysiert]“*:
  - *„bessere sprachliche Mittel [führen] zu einer besseren Vermittlung von Mathematik“*
- Freudenthal strebt dabei als *„Endzustand“* eine Sprache an, ***„die so exakt ist, daß eine Rechenmaschine sie hantieren kann“*** (versus *„wohlwollendes Verständnis“* des Zuhörers)
- ***„Die Darstellung eines Algorithmus in einer präzisen formalisierten Sprache nennt man ein Programm. Das Konstruieren von Programmen nennt man Programmieren.“*** (Engel 1977)



# Programmieren – im mathematischen Unterricht

## Ansatz von Feurzeig, Papert et al. 1969:

- Oft haben Schüler Probleme über das mathematische Problemlösen zu reden bzw. darin eigene Erfahrungen zu sammeln
- Programmieren hilft beim Problemlösen
  - Bietet eine gemeinsame Sprache
  - Ermöglicht eigene Erfahrungen
  - Über Programme kann man leichter reden
    - Über ihre Struktur
    - Über ihre Entwicklung
    - Über Beziehungen zu anderen Problemen und Programmen



# Prozess der Programmerstellung ist wichtig

- *„Die Wechselbeziehung zwischen **intuitiven Vorstellungen** und **formalen Überlegungen** erlangt damit bei der Präzisierung des **Algorithmenbegriffs** eine herausragende Bedeutung.“*  
(Weigand 1993)
- Das Zusammenspiel von Algorithmen und ihrer exakten Beschreibung *„[fokussiert] das mathematische Denken der Schülerinnen und Schüler (und Lehrkräfte). [Es lässt] sich noch verstärken, wenn man den Computer gezielt einsetzt, um Algorithmen zu formulieren und auszuprobieren“*  
(Kortenkamp 2008)



# Programmieren – was ist ein Programm?

- Programm: Transformation von Eingabe zu Ausgabe
  - EVA-Prinzip
  - Analog: Funktion mit Urbild & Bild
- Was ist das für ein Aufgabentyp?
- Eine Aufgabe hat drei Komponenten (vergl. Bruder 2008)
  - Gegebenes
  - Transformationen
  - Gesuchtes



# Aufgabentypen nach Neubrand 2002

	<i>Art der Aufgabe</i>	Ausgangs- zustand	Bearbeitung, Lösungsweg	Zielzustand
Aufgabenart 1 (verallgemeinerte Bestimmungsauf- gaben)	Bestimmungsaufgabe	vorgegeben	gesucht	gesucht
	Umkehraufgabe	gesucht	gesucht	vorgegeben
Aufgabenart 2 (verallgemeinerte Grundaufgaben)	Grundaufgabe	vorgegeben	vorgegeben	gesucht
	Umkehraufgabe	gesucht	vorgegeben	vorgegeben
Aufgabenart 3 (Beweisaufgaben)	Beweisaufgabe	vorgegeben	gesucht	vorgegeben
Aufgabenart 4 (Reflexionsaufga- ben)	Aufgabe über Aufgaben	vorgegeben	vorgegeben	vorgegeben
	Selbst eine Aufgabe bilden	gesucht	vorgegeben	gesucht



# Programmieren – Einordnung in Aufgabentypen

Gegebenes	Transformationen	Gesuchtes	Bezeichnung des Aufgabentyps	Beispielaufgabe
×	×	×	gelöste Aufgabe, Musteraufgabe, Aufgabe zur Fehlersuche	– Stimmt das? ... – Wo steckt der Fehler?
×	–	×	Beweisauflage, Spielstrategie finden	– <i>Zani soll bestimmt werden.</i> – Beim Nimm-Spiel gewinnt Frank immer. Wie macht er das? <i>Es liegen 20 Streichhölzer auf dem Tisch. Zwei Spieler spielen gegeneinander. Gewonnen hat derjenige, der das letzte Streichholz nehmen kann, wenn entweder ein, zwei oder drei Hölzer pro Zug genommen werden dürfen.</i> – Warum ist die $p$ - $q$ -Formel zur Lösung quadratischer Gleichungen immer richtig?
–	–	–	Problemsituation mit offenem Ausgang (Trichtermodell)	Führe eine Befragung zu einem gegebenen Thema bei deinen Mitschülern durch und stelle die Ergebnisse vor.

- „Das Finden einer Transformation, die Eingabewerte auf Ausgabewerte abbildet, das Finden eines Algorithmus oder einer Konfiguration, kann man mit einer Beweisauflage im Mathematikunterricht vergleichen. [...] Dieser Vergleich ergibt sich aus den Arbeiten von Regina Bruder“ (Strecker 2009)



# Beweise – im mathematischen Unterricht

N = 833	USA	Deutschland	Japan
<b>Arithmetik</b>			
verallgemeinerte Bestimmungsaufgaben	34 (42 %)	19 (66 %)	
verallgemeinerte Grundaufgaben	46 (57 %)	10 (34 %)	
<b>Beweisaufgaben</b>			
Reflexionsaufgaben	1 ( 1 %)		
gesamt (Arithmetik)	81 (100 %)	29 (100 %)	
<b>Algebra</b>			
verallgemeinerte Bestimmungsaufgaben	147 (80 %)	115 (93 %)	33 (69 %)
verallgemeinerte Grundaufgaben	36 (20 %)	6 ( 5 %)	13 (27 %)
<b>Beweisaufgaben</b>		1 ( 1 %)	
Reflexionsaufgaben		1 ( 1 %)	2 ( 4 %)
gesamt (Algebra)	183 (100 %)	123 (100 %)	48 (100 %)
<b>Geometrie</b>			
verallgemeinerte Bestimmungsaufgaben	146 (74 %)	80 (70 %)	25 (43 %)
verallgemeinerte Grundaufgaben	48 (24 %)	30 (26 %)	2 ( 3 %)
<b>Beweisaufgaben</b>		1 ( 1 %)	23 (40 %)
Reflexionsaufgaben	2 ( 1 %)	4 ( 4 %)	8 (14 %)
gesamt (Geometrie)	196 (100 %)	115 (100 %)	58 (100 %)
<b>gesamt</b>	460	267	106

Verteilung der Aufgabenarten im Unterricht in einer TIMSS-Videostudie in der Klassenstufe 8  
 Aus Neubrand 2002, Markierungen von Strecker 2009



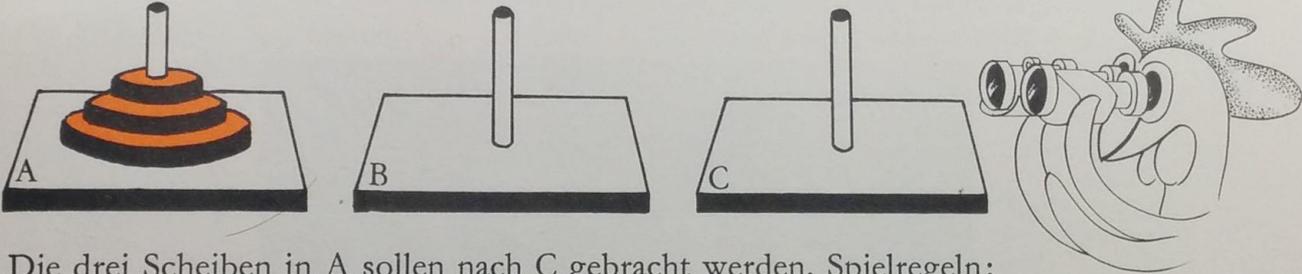
# Bewährter Ansatz – Programmieren im MU

- *„In den 80er-Jahren enthielten eine Reihe von Schulbüchern kleine Programme in Basic mit denen z.B. Näherungswerte für Quadratwurzeln bestimmt wurden oder die Werte von Binomialkoeffizienten berechnet wurden.“*  
(Oldenburg 2011)
- Oft auch mit anderen Programmiersprachen



## Noch etwas weiter zurück ...

5. ‚Turm von Hanoi‘.



Die drei Scheiben in A sollen nach C gebracht werden. Spielregeln:

- Es darf jedesmal nur eine Scheibe bewegt werden.
- Eine Scheibe darf nicht zweimal nacheinander bewegt werden.
- Eine größere Scheibe darf nie auf einer kleineren liegen.
- Eine Scheibe darf nur bei A, B oder C abgelegt werden.

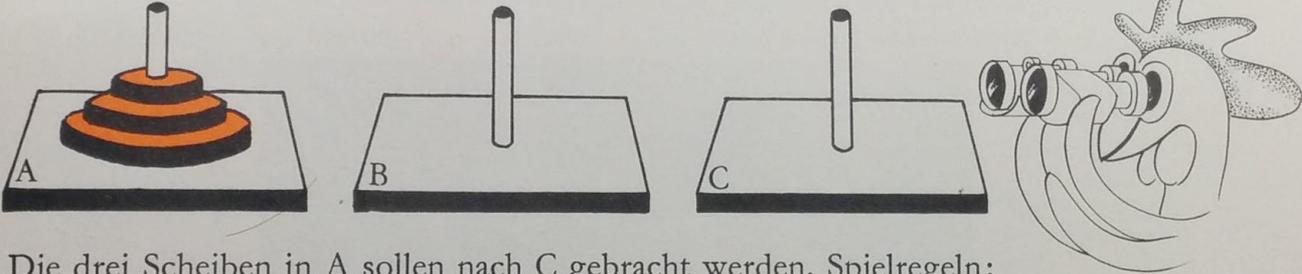
Wie viele Züge braucht man mindestens? Und bei vier Scheiben?  
(Als Scheiben kannst du Münzen nehmen, anstelle der Bretter A, B, C einen Bogen Papier, auf dem die drei Punkte A, B, C markiert sind.)

Zählssysteme 157

Aus: PLUS, mathematisches Unterrichtswerk, 1976  
Herausgeber: J. Schönbeck & H. Schupp

## Noch etwas weiter zurück ...

5. ‚Turm von Hanoi‘.



Die drei Scheiben in A sollen nach C gebracht werden. Spielregeln:

- Es darf jedesmal nur eine Scheibe bewegt werden.
- Eine Scheibe darf nicht zweimal nacheinander bewegt werden.
- Eine größere Scheibe darf nie auf einer kleineren liegen.
- Eine Scheibe darf nur bei A, B oder C abgelegt werden.

Wie viele Züge braucht man mindestens? Und bei vier Scheiben?  
(Als Scheiben kannst du Münzen nehmen, anstelle der Bretter A, B, C einen Bogen Papier, auf dem die drei Punkte A, B, C markiert sind.)

Zählssysteme 157

Aus: PLUS, mathematisches Unterrichtswerk, 1976  
Herausgeber: J. Schönbeck & H. Schupp

Klassenstufe 7

# Aber Heutzutage?

- Programmieren - im mathematischen Unterricht
  - Auf dem Rückzug  
u.a. bedingt durch die Entwicklung von Spezialsoftware  
(CAS, Dynamische Geometriesoftware, ...)
- *„Trotzdem wird gegenwärtig im Mathematikunterricht fast nicht programmiert ...“*  
(Oldenburg 2011)



# Algorithmik & Programmieren – im mathematischen Unterricht!

Kortenkamp: Strukturieren mit Algorithmen, 2005:

- *„Soll im Mathematikunterricht programmiert werden? Die kurze Antwort, ein uneingeschränktes ‚ja!‘ ...“*
- *„Konzepte wie Schleifen, Prozeduren und insbesondere Variablen sind eigentlich unabdingbar und bieten Bildungschancen!“*
- *„Genauso wenig, wie es wichtig ist, dass ein normaler Mensch lange Zahlenkolonnen korrekt per schriftlicher Addition addiert, ist es wichtig, dass man eine spezielle Programmiersprache beherrscht. Aber es ist auch genauso wichtig, irgendeine Programmiersprache zum Verständnis dieser Konzepte benutzt zu haben, wie es notwendig ist, die schriftliche Addition als strukturiertes Verfahren in der Grundschule zu lernen.“*



# Programmieren – wie im Unterricht?

- Mehr Stunden?
  - Welche Fächer kürzen?
  - Noch mehr Stunden für die Kinder?
- Lehrpläne ändern?
  - Was wird entfernt/reduziert?
  - Lehrpläne überfrachtet?



# Begleitend und unterstützend zum aktuellen Lehrplan

- Programmieren nicht als Wert an sich verwenden
- Sondern für seine vielfältigen Möglichkeiten beim Problemlösen, Beweisen, Fachsprache, Kritikfähigkeit, Modellierung, Modularisierung...
- Einbinden wo sinnvoll:
  - *„...durch die Anwendung einer konkreten Programmiersprache, wann und wo immer es im Unterricht hilfreich erscheint...“*  
(Kortenkamp 2005)



# Programmieren – schwierig ?

- + Nein, wenn man es kann
- + Sind doch nur ganz wenige „Vokabeln“
- Klammersalat
- Frustrierende Syntaxüberprüfung
- Kryptische Fehlermeldungen
- (manchmal) puristische Dozenten
- Neue Ansätze



# Schon wieder Ansätze zum schulischen Programmieren?



Etoys & Squeak 1996



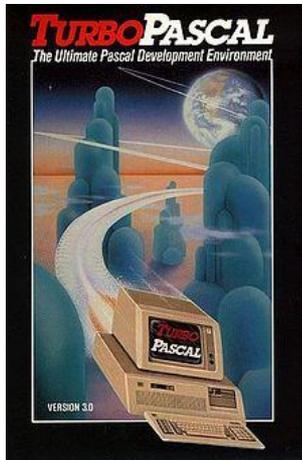
Logo 1967



Karel the Robot 1981



Alice 1999



Turbo Pascal 1983



Kara 2000



Agentsheets 1991



Kojo 2010



BlueJ 1999



Greenfoot 2006



Lego Mindstorms 1998



Delphi 1995



Hypercard 1987



# COMMUNICATIONS

CACM.ACM.ORG

OF THE

# ACM

11/09 VOL.52 NO.11



## Scratch

Programming for All

Communications  
Surveillance

An Interview with  
Ping Fu

Usable Security:  
How To Get It

E-Paper's  
Next Chapter

**Turing Lecture**  
by Edmund M. Clarke,  
E. Allen Emerson, and  
Joseph Sifakis



AALBORG UNIVERSITY  
DENMARK

# Scratch

- Visuelle Programmiersprache
- Erste Veröffentlichung 2007
- Entwickelt am Massachusetts Institute of Technology (Lifelong Kindergarten research group at the MIT Media Lab)
- Frei erhältlich für Windows, MacOS, Linux
- Quellcode für nichtkommerzielle Weiterentwicklung verfügbar

SCRATCH



# Verbreitung von Scratch

- Schnell wachsende Anzahl von Veröffentlichungen zu Scratch im Bereich Didaktik der Informatik und der Mathematik, z.B.
  - Die Freiheit der Variation: Graphisch programmieren (Wörler, Mathematik Lehren 174, 2012)
  - Building upon and enriching grade four mathematics standards with programming curriculum (C. M. Lewis & N. Shah, SIGCSE 2012)
  - Designing interactive activities within Scratch 2.0 for improving abilities to identify numerical sequences (L. Zavala et. al., IDC 2013)
  - A case study on mathematics learning during design and computing (F. Ke, Computers & Education 73, 2014)
  - Scratch it out! Enhancing Geometrical Understanding (Smith et al., Teaching Children Mathematics, 2014)
  - Developing Mathematical Thinking with Scratch (Calao et al., EC-TEL 2015)
  - Bridging Primary Programming and Mathematics: some findings of design research in England (Benton et al., Digit Exp Math Educ 2017)
- Und viele mehr...



# Verbreitung von Scratch

- Über 22 Millionen Programme verfügbar auf <http://scratch.mit.edu/>
  - Hauptsächlich von Kinder zwischen 8 bis 16
  - Aber auch Erwachsene aller Altersgruppen
- Erhältlich in ca. 50 Sprachen
- Diverse Erweiterungen (z.B. SNAP) und Varianten (Scratch Jr., 2.0, etc.)
- Auch an Universitäten wie Harvard und Berkeley als Einführung in die Programmierung für Studierende verwendet
- Ebenso in Abiturprüfungen in Informatik



# Visuelle Programmierung

- Statt `for ( int i=0; i<10; i++ )`  
    {  
        ...  
    }
- Einfach:
  - Drag'n'Drop

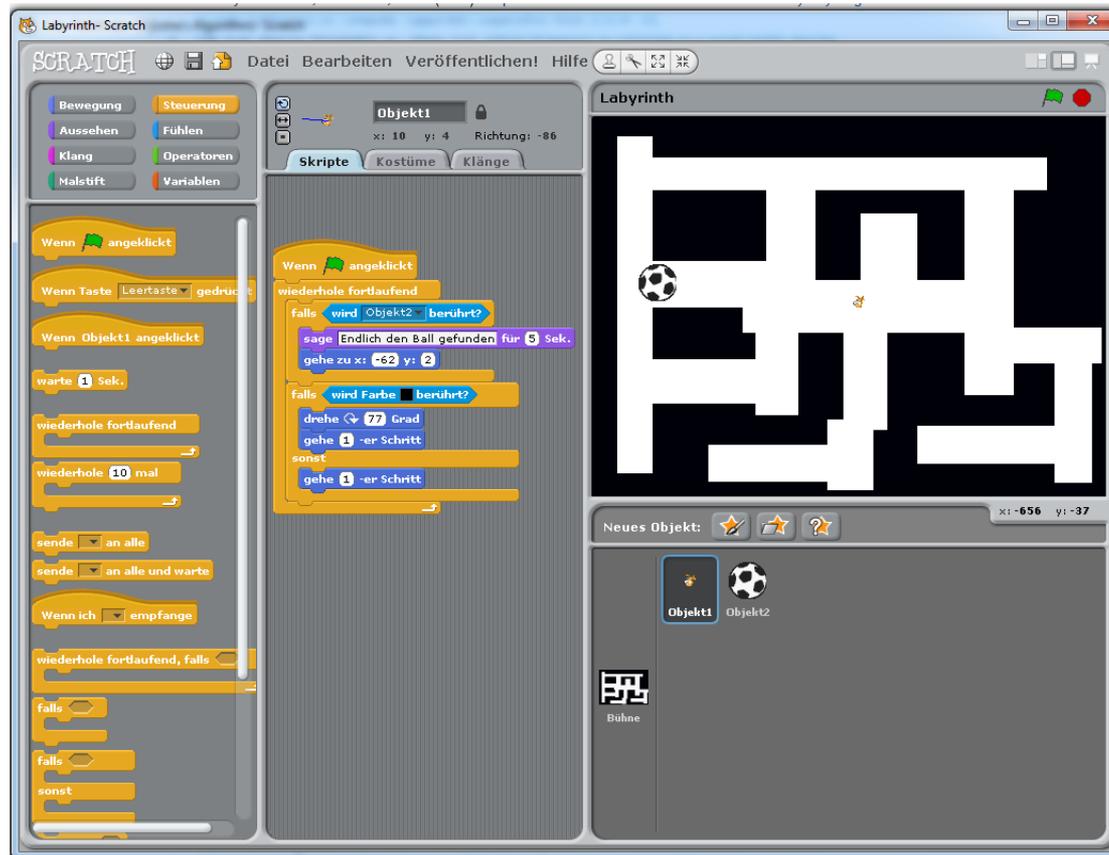


# Visuelle Programmierung – Hallo Welt

- ```
public class Hallo
{
    public static void main (String argv[])
    {
        System.out.println("Hallo Welt");
    }
}
```



# Interface von Scratch



# Visuelle Programmierung mit Scratch - Vorteile

- Befehle sind selbsterklärend
- Keine Syntaxfehler
- Fehler können oft „(ein)gesehen“ werden
- Schnelle Erfolgserlebnisse und motivierend



# Visuelle Programmierung – nicht professionell genug?

- *„wenn in Berkeley die Standard-Informatik-Vorlesung mit BYOB durchführbar ist, dann wird das System [...] auch für die deutsche Sekundarstufe II hinreichend anspruchsvoll sein“*  
(Modrow, Mönig, Strecker, 2011)
- *„Will ich also bis zum Abitur Blöcke stapeln? Möglich ist es jedenfalls ...“*  
(Modrow 2011)



# Visuelle Programmiersprachen – Professioneller Einsatz



# Begleitender Einsatz – vor Klassenstufe 7?

- Vertiefte Beschäftigung mit Variablen erst ab Klassenstufe 7 in Niedersachsen
- Variablenkonzept eines der schwierigsten Aspekte in der Informatikdidaktik
  - $x = 1 + x$  ?
  - „Ringtausch“ der Variablen a und b:
    - $a=b$  und  $b=a$ ?
    - Benötigt Hilfsvariable



# Begleitender Einsatz – mit Geometrie

- *„erst die Algorithmisierung der Konstruktion zwingt dazu, jeden einzelnen Konstruktionsschritt auf seine Durchführbarkeit zu überprüfen“*  
(G. Holland, Bundestagung der GDM 1973)
- Schon 1974 betonte G. Holland, dass *„die klassische Konstruktionsbeschreibung nichts anderes ist als die Angabe eines Algorithmus“*  
(Vollrath, 1991)
- *„Konstruktionsbeschreibungen im Geometrieunterricht haben als Endform den Algorithmus, der dann in Computersprachen übersetzt werden kann“*  
(Schmidt-Thieme 2009)

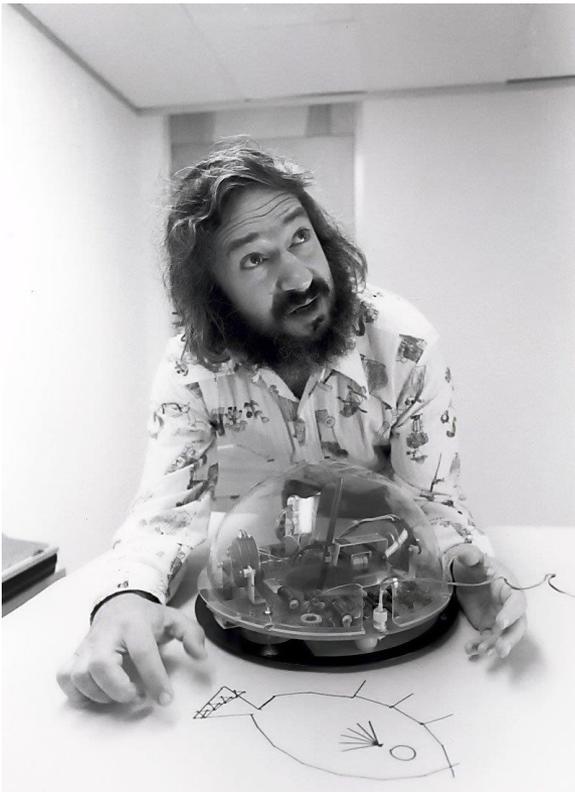


# Bewährter Ansatz – Logo bzw. Turtle-Grafik

- Logo: „Didaktische“ Programmiersprache (1967)
- Erweiterung: Turtle-Grafik (S. Papert)
  - Programmierbare Schildkröte mit Stift
- Z.B. `repeat 4 [ forward 100 right 90 ]`
  - Ergibt ein Quadrat mit Seitenlänge 100



# Bewährter Ansatz – Logo bzw. Turtle-Grafik



# Bewährter Ansatz – Logo bzw. Turtle-Grafik



# Bewährter Ansatz ?

- Aber Logo schon in den 80ern kontrovers (Weigand, 1989)
  - P. Bender (1987): *Kritik der Logo-Philosophie*.  
In: JMD 8 (1987), Heft 1/2, S. **3—103**
  - J. Ziegenbalg *Comments on the „Critique of Logo philosophy“*  
In: JMD 8 (1987), No. 8, pp. 305—313
- *„Außerdem blieb die gesamte Diskussion einem sehr ‘elitären‘ Zirkel vorbehalten, da die Programmierung des Computers die Kenntnis der Syntax einzelner Programmiersprachen voraussetzte.“*  
(Fuchs 1996)



# Bewährter Ansatz – Logo bzw. Turtle-Grafik

- *„Jedoch könnte die Ausbildung des Winkelbegriffes unterstützt werden.“*  
(Bender, *Contra Logo* 1986)
- Diverse empirische Studien belegen den didaktischen Nutzen von Logo im MU  
(vergl. Clements et. al. 2008)



# Immer noch aktueller Ansatz – Logo bzw. Turtle-Grafik

- *„The good old idea of Turtle graphics still has an enormous potential.“*  
(Oldenburg, Rabel und Schuster 2012)
- *„Eine hohe Interaktion und gegenseitige Befruchtung mit dem Geometrieunterricht ist leicht zu erreichen. [...] Das Programmieren ist lösungsorientiert und prägt die Entwicklung algorithmischen Denkens.“*  
(Hromkovič 2012)



# Geometrieunterricht – mit Scratch?

- Lassen sich die bewährten Konzepte aus der Turtlegrafik in Scratch umsetzen?
- Lassen sich die „alten“ Ziele mit „neuen“ Wegen erreichen?
- Unterrichtseinheiten in Klassenstufen 6 und 7
  - 6: Vielecke und Parkette
  - 7: Dreieckskonstruktionen



# Durchführung – Klassenstufe 6

- 1. Doppelstunde
  - Einführung in Scratch (einfache Befehle und Schleifen)
  - Konstruktionsbeschreibung von Dreiecken in Scratch
  - Konstruktion von regelmäßigen Vielecken in Scratch
- 2. Doppelstunde
  - Konstruktion von endlichen Parketten in Scratch
    - Mit Quadraten
    - Mit regelmäßigen Dreiecken
    - Mit regelmäßigen Sechsecken
  - Freies Konstruieren



# Einführung in Scratch – einfache Befehle & Schleifen



Erstellen einer Karte:



1. Falte die Seite in der Mitte.



2. Gib Klebstoff auf die Rückseite.

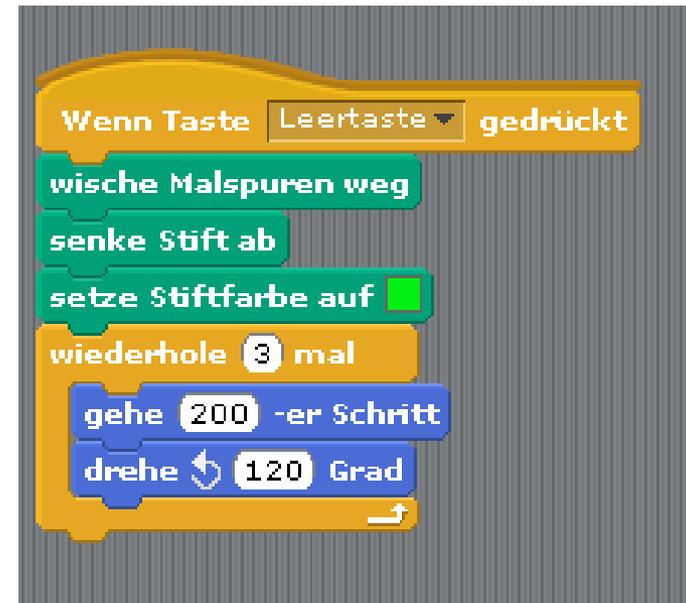


3. Schneide die Karte entlang der gestrichelten Linie aus.

Deutsche Übersetzung: G. Brandhofer - www.brandhofer.cc



# Konstruktion von regelmäßigen Dreiecken in Scratch



# Konstruktion von regelmäßigen Dreiecken in Scratch

Wenn Leertaste gedrückt  
wische Malspuren weg  
gehe zu 0:0

wiederhole ~~vorlaufend~~  
gehe 200 Schritte  
warte 1 Sek.  
drehe ↻ 240° Grad  
senke Stift ab  
ändere Stiftfarbe um 2



# Konstruktion von regelmäßigen Vielecken in Scratch



Antwort: Es machte mir sehr Spaß. Nur wenn man das erste mal versuchte ein Viereck zu machen war es schwer, aber wenn man den Bogen raus hatte ging es sehr leicht.



# Konstruktion von regelmäßigen Vielecken in Scratch

Als erstes habe ich die Winkelsumme ausgerechnet und dann bei „Drehe um“ diese eingetragen. Und dann musste die Katze nur noch einige Schritte gehen und ~~dann~~ drehen.



```
Wenn  angeklickt
wische Malspuren weg
senke Stift ab
wiederhole 8 mal
  gehe 50 -er Schritt
  warte 1 Sek.
  drehe ↻ 45 Grad
```



```
Wenn  angeklickt
wische Malspuren weg
senke Stift ab
wiederhole 9 mal
  gehe 50 -er Schritt
  warte 1 Sek.
  drehe ↻ 40 Grad
```



```
Wenn  angeklickt
wische Malspuren weg
senke Stift ab
wiederhole 10 mal
  gehe 50 -er Schritt
  warte 1 Sek.
  drehe ↻ 36 Grad
```



# Konstruktion von regelmäßigen Vielecken in Scratch



12 Führe Rundwege mit einem LOGO-Programm (turtle-Grafik) durch. Schreibe die jeweils gewählten Drehwinkel der „Schildkröte“ auf und bilde die Summe. Erkläre das Ergebnis.

Aus: MatheNetz 6 Gymnasium, Ausgabe N, 2005

Scratch script for an 8-sided polygon:

- Wenn angeklickt
- wische Malspuren weg
- senke Stift ab
- wiederhole 8 mal
  - gehe 50 -er Schritt
  - warte 1 Sek.
  - drehe 45 Grad

Scratch script for a 9-sided polygon:

- Wenn angeklickt
- wische Malspuren weg
- senke Stift ab
- wiederhole 9 mal
  - gehe 50 -er Schritt
  - warte 1 Sek.
  - drehe 40 Grad

Scratch script for a 10-sided polygon:

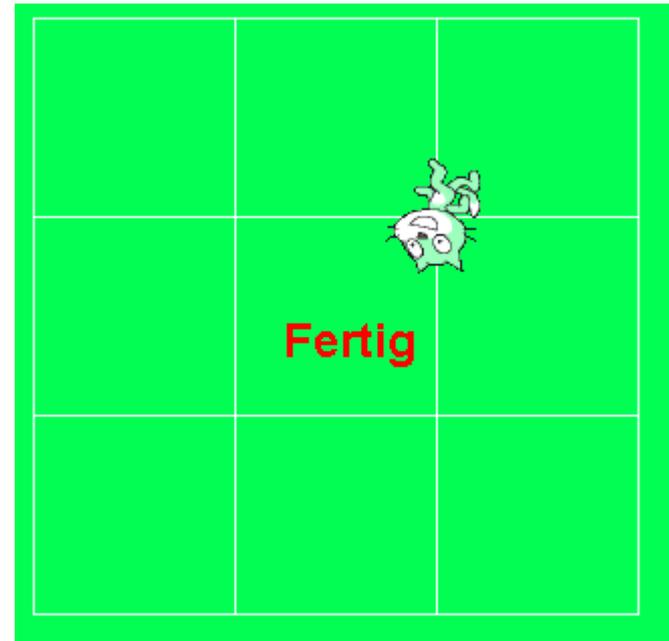
- Wenn angeklickt
- wische Malspuren weg
- senke Stift ab
- wiederhole 10 mal
  - gehe 50 -er Schritt
  - warte 1 Sek.
  - drehe 36 Grad



# Parkettkonstruktion – erste Schritte

Scratch script for drawing a 3x3 grid:

- Wenn angeklickt:**
  - hebe Stift an
  - zeige Richtung 90
  - gehe zu x: -169 y: -130
  - senke Stift ab
  - setze Stiftfarbe auf
  - gehe 300 -er Schritt
  - drehe 90 Grad
  - warte 1 Sek.
  - gehe 300 -er Schritt
  - drehe 90 Grad
  - warte 1 Sek.
  - gehe 300 -er Schritt
  - drehe 90 Grad
  - warte 1 Sek.
  - gehe 300 -er Schritt
  - zeige Richtung 90
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - drehe 90 Grad
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - drehe 90 Grad
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - drehe 90 Grad
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - zeige Richtung 0
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - drehe 90 Grad
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - zeige Richtung 0
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - drehe 90 Grad
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - zeige Richtung 90
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - sende njob an alle
- Wenn ich njob empfangen:**
  - zeige Richtung 90
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - drehe 90 Grad
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - zeige Richtung 0
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - drehe 90 Grad
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - zeige Richtung 0
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - drehe 90 Grad
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - zeige Richtung 0
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - drehe 90 Grad
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - zeige Richtung 0
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - zeige Richtung 90
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - sende njknk an alle
- Wenn ich njknk empfangen:**
  - drehe 90 Grad
  - warte 1 Sek.
  - gehe 100 -er Schritt
  - drehe 90 Grad
  - warte 1 Sek.
  - sende feertig an alle
- Wenn Taste Leertaste gedrückt:**
  - wische Malspuren weg

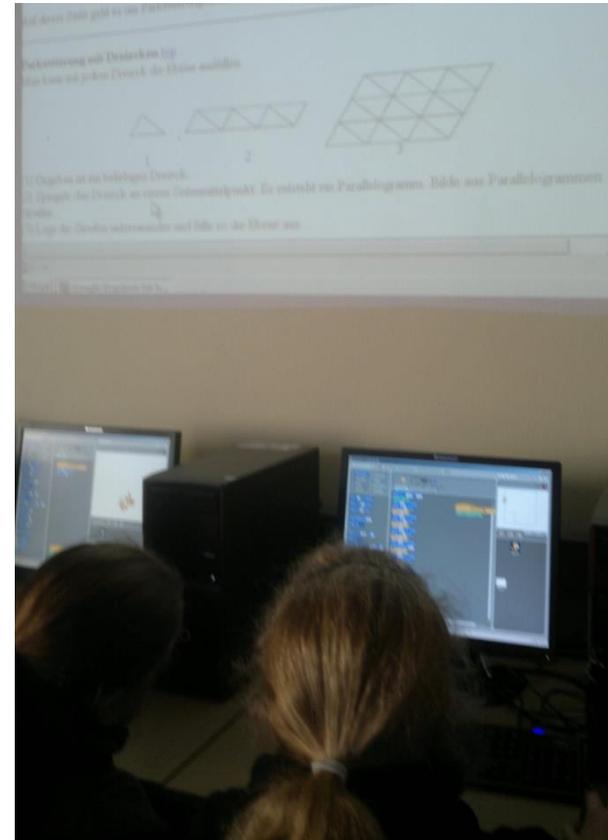
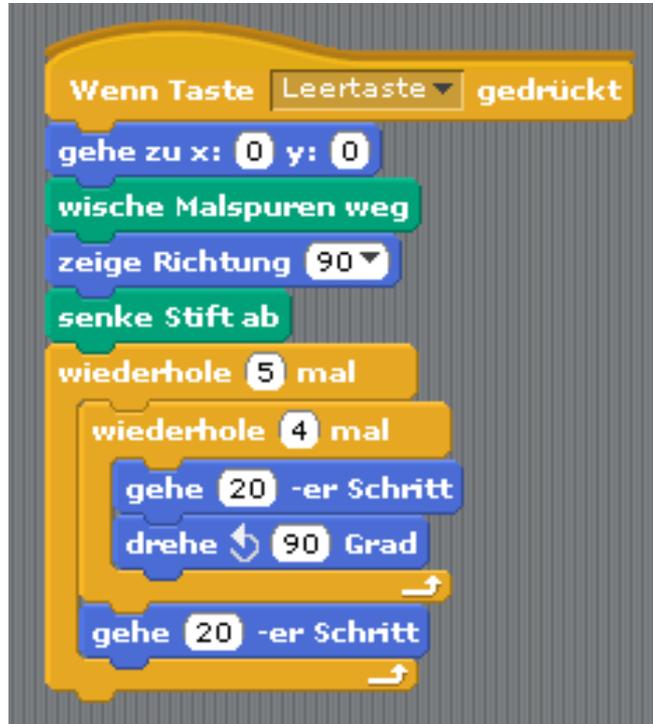


Scratch script for switching backgrounds:

- Wenn angeklickt:**
  - wechsele zum Hintergrund Hintergrund1
- Wenn ich feertig empfangen:**
  - wechsele zum Hintergrund Hintergrund2



# Parkettkonstruktion – Schrittweise zum Ziel

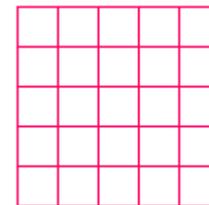


# Parkettkonstruktion – Schrittweise zum Ziel

```
Wenn Taste  gedrückt
  gehe zu x: 0 y: 0
  wische Malspuren weg
  zeige Richtung 90
  senke Stift ab
  wiederhole 5 mal
    wiederhole 4 mal
      gehe 20 -er Schritt
      drehe ↻ 90 Grad
    gehe 20 -er Schritt
```



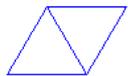
```
Wenn Taste  gedrückt
  gehe zu x: 0 y: 0
  wische Malspuren weg
  zeige Richtung 90
  senke Stift ab
  wiederhole 5 mal
    wiederhole 5 mal
      wiederhole 4 mal
        gehe 20 -er Schritt
        drehe ↻ 90 Grad
      gehe 20 -er Schritt
    drehe ↻ 180 Grad
    gehe 100 -er Schritt
    drehe ↻ 270 Grad
    gehe 20 -er Schritt
    drehe ↻ 270 Grad
```



# Parkettkonstruktion – Schrittweise zum Ziel

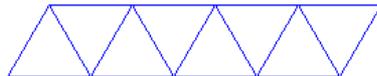
```

Wenn  angeklickt
gehe zu x: -150 y: -100
zeige Richtung 90
senke Stift ab
wische Malspuren weg
wiederhole 3 mal
  gehe 60 -er Schritt
  drehe ↻ 120 Grad
drehe ↻ 60 Grad
gehe 60 -er Schritt
drehe ↻ 240 Grad
wiederhole 3 mal
  gehe 60 -er Schritt
  drehe ↻ 120 Grad
  
```



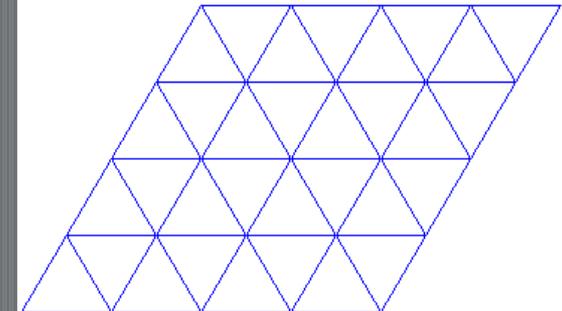
```

Wenn  angeklickt
gehe zu x: -150 y: -100
zeige Richtung 90
senke Stift ab
wische Malspuren weg
wiederhole 4 mal
  wiederhole 3 mal
    gehe 60 -er Schritt
    drehe ↻ 120 Grad
  drehe ↻ 60 Grad
  gehe 60 -er Schritt
  drehe ↻ 240 Grad
  wiederhole 3 mal
    gehe 60 -er Schritt
    drehe ↻ 120 Grad
  gehe 60 -er Schritt
  drehe ↻ 60 Grad
  
```



```

Wenn  angeklickt
gehe zu x: -150 y: -100
zeige Richtung 90
senke Stift ab
wische Malspuren weg
wiederhole 4 mal
  wiederhole 4 mal
    wiederhole 3 mal
      gehe 60 -er Schritt
      drehe ↻ 120 Grad
    drehe ↻ 60 Grad
    gehe 60 -er Schritt
    drehe ↻ 240 Grad
    wiederhole 3 mal
      gehe 60 -er Schritt
      drehe ↻ 120 Grad
    gehe 60 -er Schritt
    drehe ↻ 60 Grad
  drehe ↻ 180 Grad
  gehe 240 -er Schritt
  drehe ↻ 240 Grad
  gehe 60 -er Schritt
  drehe ↻ 300 Grad
  
```

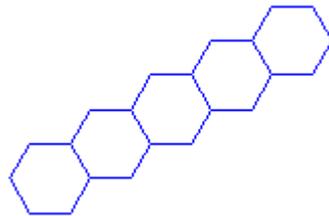


# Parkettkonstruktion – Schrittweise zum Ziel

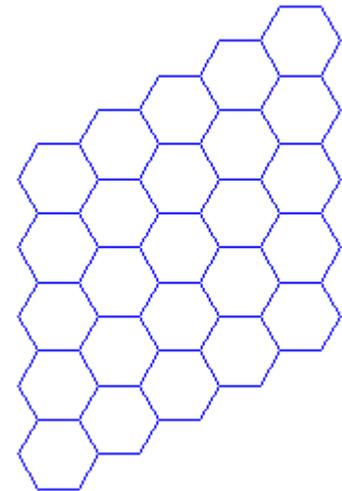
```
Wenn  angeklickt
gehe zu x: -150 y: -150
zeige Richtung 90
wische Malspuren weg
senke Stift ab
wiederhole 6 mal
  gehe 20 -er Schritt
  drehe ↺ 60 Grad
```



```
Wenn  angeklickt
gehe zu x: -150 y: -150
zeige Richtung 90
wische Malspuren weg
senke Stift ab
wiederhole 5 mal
  wiederhole 6 mal
    gehe 20 -er Schritt
    drehe ↺ 60 Grad
  gehe 20 -er Schritt
  drehe ↺ 60 Grad
  gehe 20 -er Schritt
  drehe ↺ 300 Grad
```

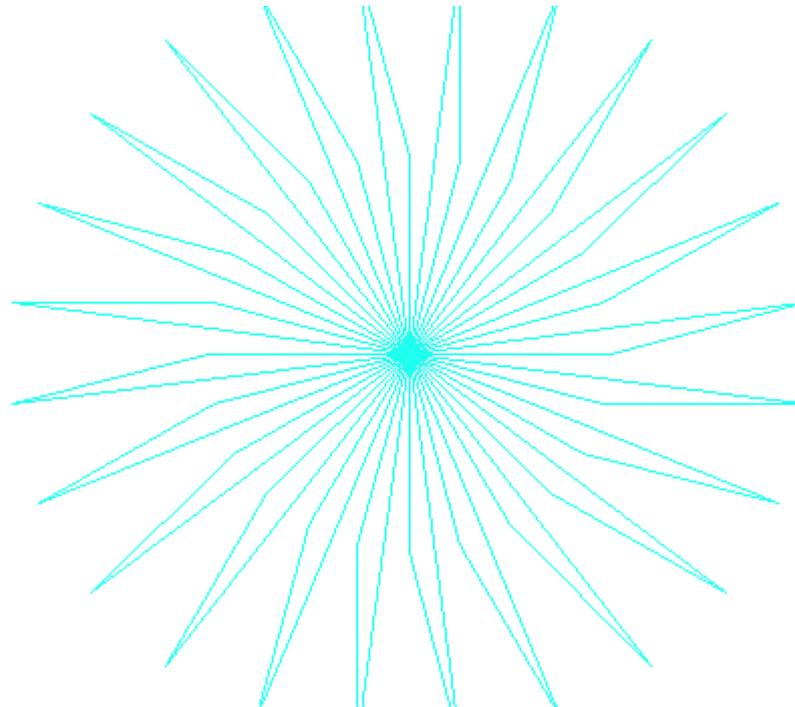


```
Wenn  angeklickt
gehe zu x: -150 y: -150
zeige Richtung 90
wische Malspuren weg
senke Stift ab
wiederhole 5 mal
  wiederhole 5 mal
    wiederhole 6 mal
      gehe 20 -er Schritt
      drehe ↺ 60 Grad
    gehe 20 -er Schritt
    drehe ↺ 60 Grad
    gehe 20 -er Schritt
    drehe ↺ 300 Grad
  drehe ↺ 240 Grad
  wiederhole 5 mal
    gehe 20 -er Schritt
    drehe ↺ 300 Grad
    gehe 20 -er Schritt
    drehe ↺ 60 Grad
  drehe ↺ 240 Grad
  gehe 20 -er Schritt
  drehe ↺ 300 Grad
  gehe 20 -er Schritt
  drehe ↺ 300 Grad
```



# Freies Konstruieren

```
Wenn Taste Leertaste gedrückt
wische Malspuren weg
senke Stift ab
setze Stiftfarbe auf
wiederhole fortlaufend
  gehe 100 -er Schritt
  drehe 15 Grad
  gehe 100 -er Schritt
  gehe zu x: 0 y: 0
```



# Begleitender Einsatz – weiter ab Klassenstufe 7

- Vertiefte Beschäftigung mit Variablen ab Klassenstufe 7 in Niedersachsen
- Variablen im klassischen Mathematik-Unterricht und in Programmen könnten sich ergänzen.  
(vergl. Serafini 2011)
- Konstruktionsbeschreibungen bieten sich an



# Konstruktionsbeschreibungen

- *„Wer solche Konstruktionen schon einmal unterrichtet und Klassenarbeiten korrigiert hat, weiß*
  - *mit welchem Widerwillen Schüler durchgeführte Konstruktionen beschreiben und*
  - *welche ‚Welten‘ zwischen Schülerprodukten und fachsprachlich akzeptablen Lösungen liegen.“*

(Riemer 2011)



# Konstruktionsbeschreibungen

- Realisation durch den Computer ermöglicht
  - „*drastische Verbesserungen beim Beschreiben von Konstruktionen*“ durch Umkehrung der Reihenfolge „*erst die Konstruktion, dann die Beschreibung*“

(Weigand und Weth 2002)

- Verbindung von Geometrie & Variablen



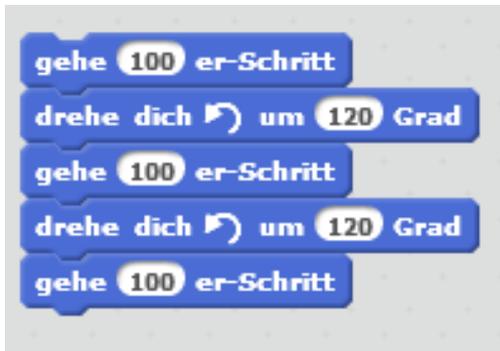
# Durchführung – Klassenstufe 7

- Konstruktion von Dreiecken in Scratch
  - Gleichseitige Dreiecke
  - Seite – Winkel – Seite
  - Winkel – Seite – Winkel
- Konstruktion von Dreiecksscharen in Scratch
  - Seite – Seite
  - Winkel – Winkel
- Konstruktion von Dreiecken in Geogebra
  - Seite – Seite – Winkel
  - Seite – Seite – Seite
- Konstruktion & Konstruktionsbeschreibung per Hand

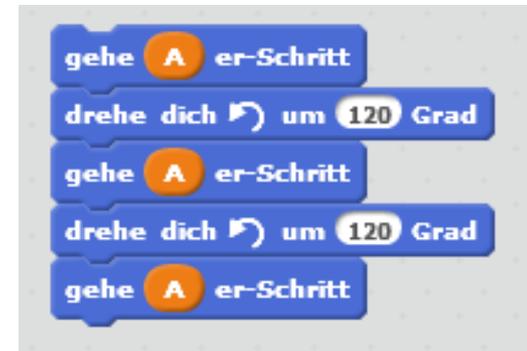


# Einstieg – Nutzung von Variablen

- Am Beispiel eines gleichseitigen Dreiecks

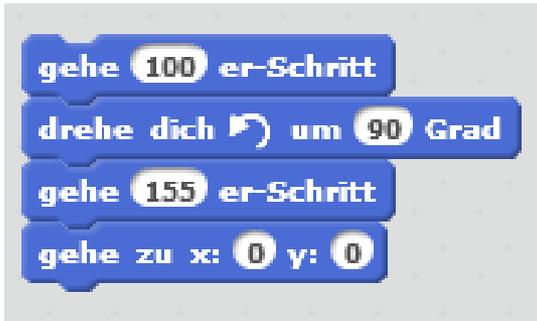


Variable A



# Konstruktion Seite-Winkel-Seite

- Beispiel mit  $100 - 90^\circ - 155$



Variable A



Variable Gamma



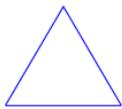
Variable B



# Schar von Dreiecken

- Am Beispiel von gleichseitigen Dreiecken

```
gehe A er-Schritt
drehe dich um 120 Grad
gehe A er-Schritt
drehe dich um 120 Grad
gehe A er-Schritt
drehe dich um 120 Grad
```



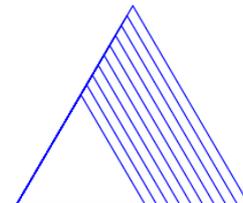
```
wiederhole 10 mal
```

Schleife

```
ändere A um 10
```

Ändern von A

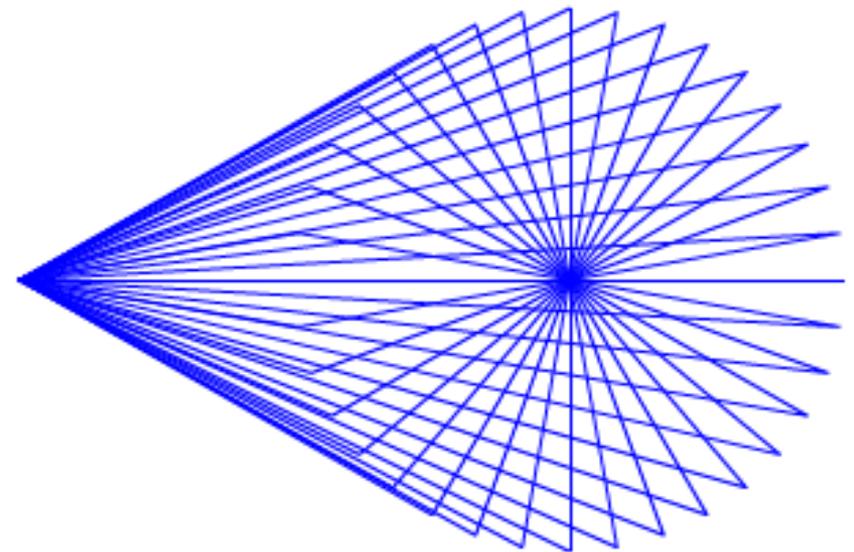
```
wiederhole 10 mal
  gehe A er-Schritt
  drehe dich um 120 Grad
  gehe A er-Schritt
  drehe dich um 120 Grad
  gehe A er-Schritt
  drehe dich um 120 Grad
  ändere A um 10
```



# Schar von Dreiecken: gegeben: Seite-Seite

- Bsp. mit 200 – 100 & Winkeln  $10^\circ, 20^\circ, \dots, 350^\circ$

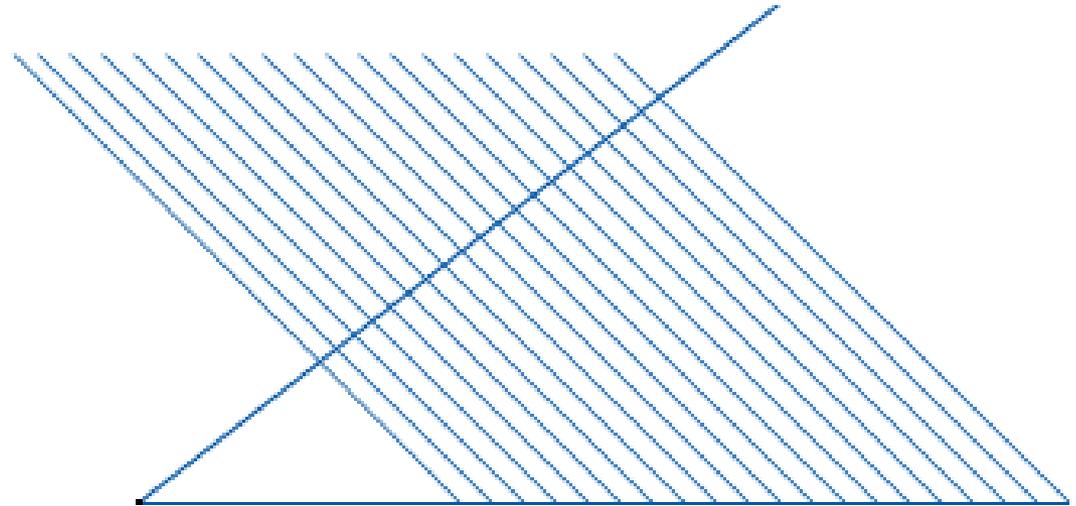
```
wiederhole 35 mal
  gehe A er-Schritt
  drehe dich um 180 - Gamma Grad
  gehe B er-Schritt
  gehe zu x: -200 y: 0
  ändere Gamma um 10
  setze Richtung auf 90
```



# Schar von Dreiecken: gegeben: Winkel-Winkel

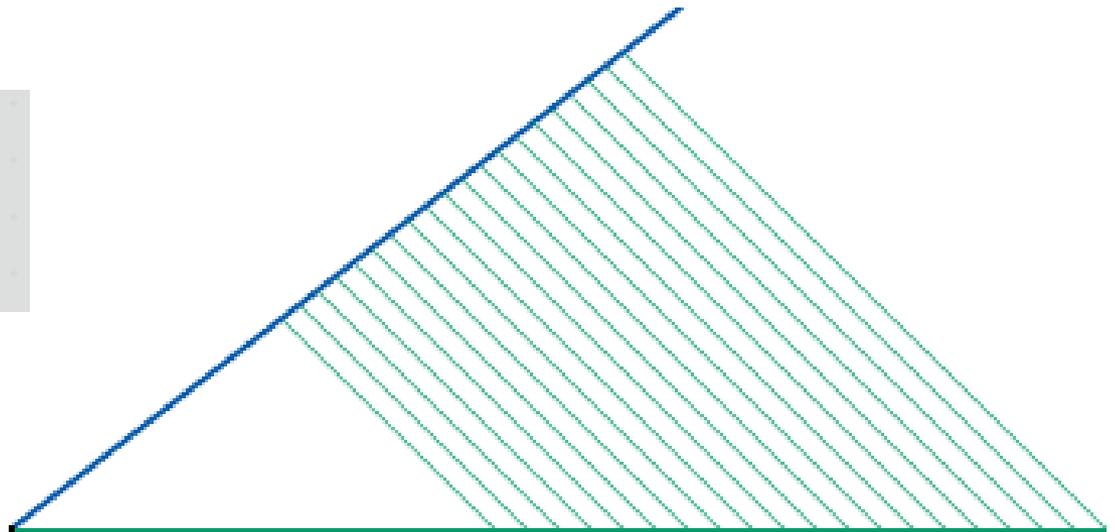
- Bsp. mit  $45^\circ$ - $45^\circ$  & Seitenlängen 100,110,...,280,290

```
drehe dich um Beta Grad
gehe 500 er-Schritt
gehe zu x: -200 y: -100
setze Richtung auf 90
wiederhole 20 mal
  gehe A er-Schritt
  drehe dich um 180 - Gamma Grad
  gehe 200 er-Schritt
  schalte Stift aus
  gehe zu x: -200 y: -100
  setze Richtung auf 90
  schalte Stift ein
  ändere A um 10
```



# Schar von Dreiecken: gegeben: Winkel-Winkel

- Abbruchkriterium?

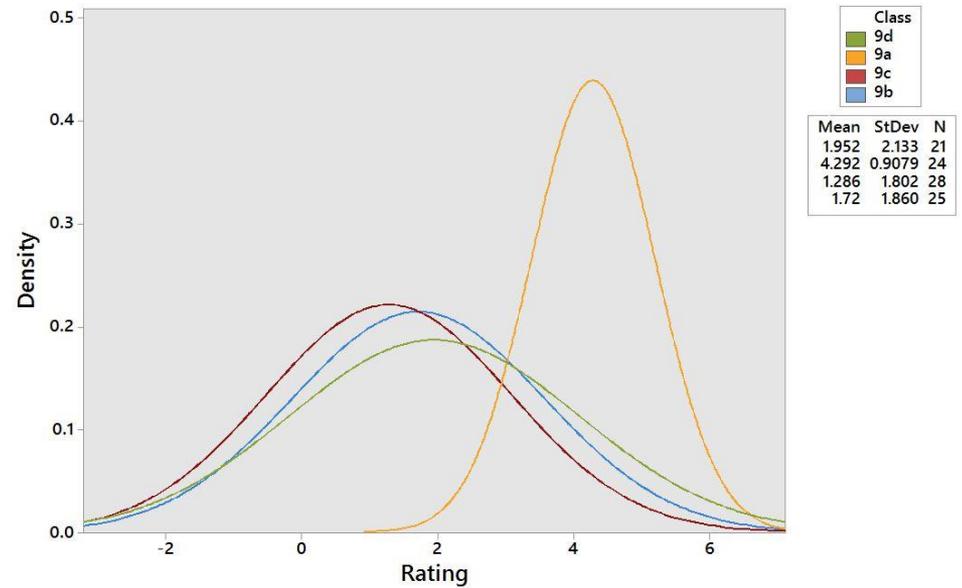
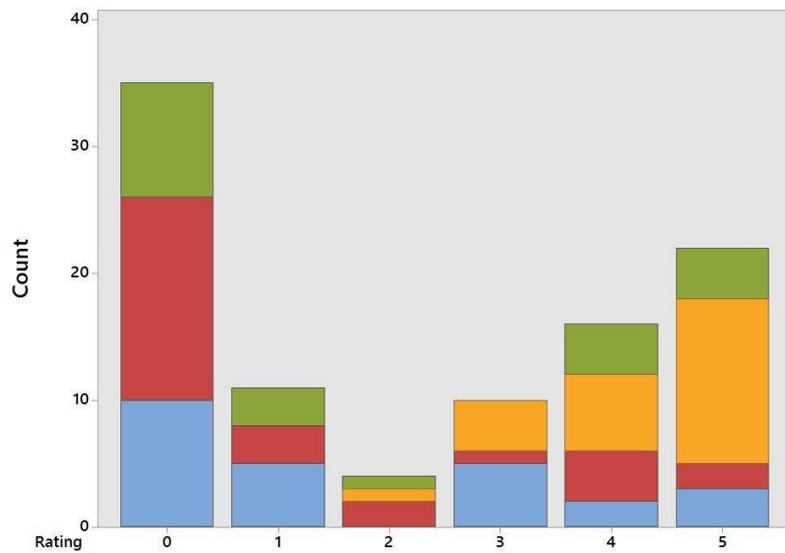


# Langzeitevaluation

- 4 Klassen (n=98), selbes Curriculum
  - Davon: 1 Klasse mit Scratch in Klassenstufe 6/7
  - Evaluation in Klassenstufe 9
- Vergleich mit einer „klassischen“ Aufgabe:
  - Konstruktionsbeschreibung (Seite-Winkel-Seite, 3cm, 50°, 4cm)
  - Bewertung von 0 bis 5 (korrekt)



# Auswertung



# Weitere Evaluation (noch auszuwerten)

- Selbe Klassen ein Jahr später (in Klassenstufe 10)
- Eine Klasse 6 + drei Vergleichsklassen
- Eine Klasse 7 + drei Vergleichsklassen

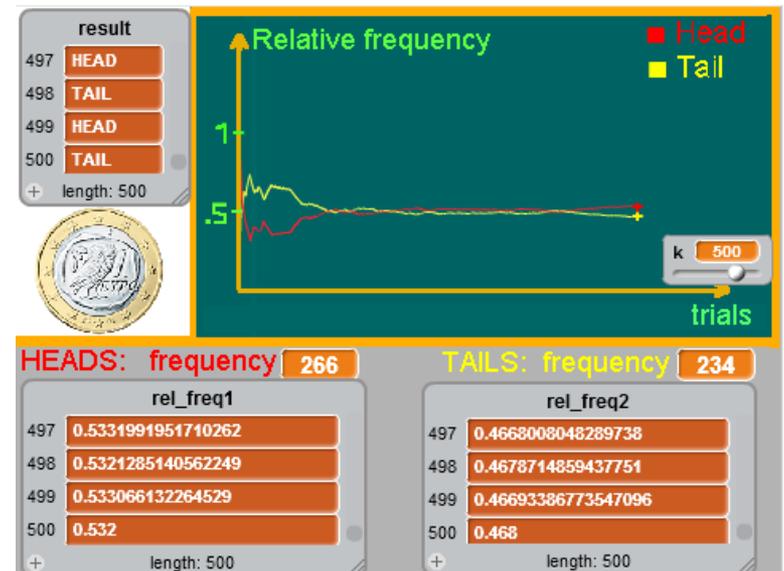
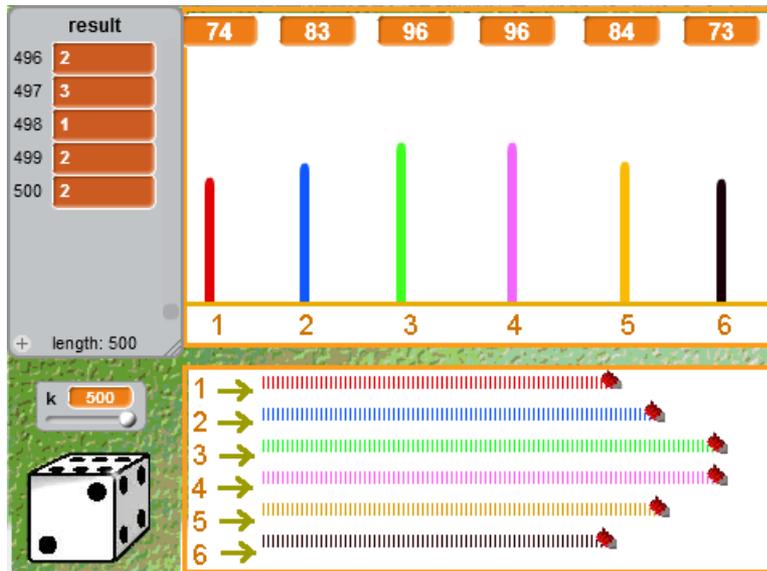


# Scratch/Programmieren - Weitere Einsatzmöglichkeiten

- Begleitend zum Unterricht
  - Heron-Verfahren, Bisektion
  - Kreisbewegungen mittels Sinus & Kosinus
  - Euklidischer Algorithmus
  - Elemente von Computeralgebra
    - Z.B. Funktionsterme ableiten
  - Sieb des Eratosthenes
- Annäherung von  $\pi$
- Zufallsexperimente



# Weitere Einsatzmöglichkeiten – Zufallsexperimente



<http://scratch.mit.edu/users/dapontes/>



# Scratch/Programmieren - Weitere Einsatzmöglichkeiten

- Fächerübergreifend
  - Physik: Simulation eines Federpendels (Modrow 2013)  
Anschluss von Sensoren via Arduino/Picoboard
  - Kunst: Werke der Konkreten Kunst analysieren und simulieren (Wörler 2013)
- Weitere Aspekte der Mathematik
  - Diskrete Mathematik, etwa Graphentheorie
  - Rekursive Kurven (z.B. Sierpinski-Dreieck, Hilbert-Kurve)
  - Numerische Algorithmen & Optimierung



# Ausblick

Die Programmierung bietet eine Unmenge an Möglichkeiten zur Unterstützung des aktuellen Unterrichts – vielleicht als ganz normales Werkzeug wie Zirkel, Lineal und Taschenrechner – oder wie es Kortenkamp 2005 formuliert:

*„...durch die Anwendung einer konkreten Programmiersprache, wann und wo immer es im Unterricht hilfreich erscheint...“.*





**NUR WAS DU PROGRAMMIEREN KANNST,  
DAS HAST DU VERSTANDEN!**

**KLAUS-TYCHO FÖRSTER**



**AALBORG UNIVERSITY**  
DENMARK